



## RAÍCES

### 1.1) Radicación:

Es una operación que consiste en buscar un número que multiplicado por sí mismo una cantidad de veces resulte otro número determinado. Es la operación inversa de la potenciación.

### 1.2) Términos:



### 1.3) Historia:



El símbolo de la raíz cuadrada fue escrito por primera vez en 1525 por el matemático Christoph Rudolff en su libro Coss. Originalmente el símbolo no era otra cosa que una forma estilizada de la letra r minúscula, hecha más elegante y alargada con un trazo horizontal. Con el tiempo adoptó el aspecto actual, que representa la palabra latina radix, que significa "raíz".

### 1.4) Raíz cuadrada:

**Cálculo de la raíz cuadrada de un número.**

Raíz cuadrada de un número es otro número que, elevado al cuadrado, dé como resultado la cantidad subradical.

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

La raíz cuadrada de un número se denota con un 2 como índice de la raíz, aunque también puede escribirse sin él.

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

Ejemplos:

1) Determinemos raíz cuadrada de 16, es decir,  $\sqrt{16}$

Buscamos un número  $n$  que elevado al cuadrado de como resultado 16

$n$	$(n)^2$
1	1
2	4
3	9
4	16

El número buscado es 4 y escribimos:

$$\sqrt{16} = 4$$

2) Calcular  $\sqrt{36}$

$n$	$(n)^2$
:	:
4	16
5	25
6	36

5) Calcular  $\sqrt{75}$

75	:5
15	:5
3	:3
1	

$$75 = 3 \cdot 5^2 = 25 \cdot 3$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

3) Calcular  $\sqrt{18}$

Dado que no es un valor exacto (número entero), descomponemos

<https://www.youtube.com/watch?v=oWoSDBgQd-M>

18	:2
9	:3
3	:3
1	

$$18 = 3^2 \cdot 2 = 9 \cdot 2$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

4) Calcular  $\sqrt{72}$

72	:2
36	:2
18	:2
9	:3
3	:3
1	

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 2 = 36 \cdot 2$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$$

### 1.5) Raíz cúbica:

#### Cálculo de la raíz cúbica de un número.

Raíz cúbica de un número es otro número que, elevado al cubo, dé como resultado la cantidad subradical.

$$\sqrt[3]{a} = b \Leftrightarrow b^3 = a$$

*Ejemplos:*

1) Determinemos raíz cúbica de 8, es decir,  $\sqrt[3]{8}$

Buscamos un número  $n$  que elevado al cubo dé como resultado 8

$n$	$(n)^3$
1	1
2	8

El número buscado es 2 y escribimos:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

2) Calcular  $\sqrt[3]{125}$

$n$	$(n)^3$
:	:
3	27
4	64
5	125

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

3) Calcular  $\sqrt[3]{16}$

Dado que no es un valor exacto (número entero), descomponemos  
Descomposición de raíces:

<https://www.youtube.com/watch?v=oWoSDBgQd-M>

16	:2
8	:2
4	:2
2	:2
1	

$$16 = 2^4 = 2^3 \cdot 2 = 8 \cdot 2$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}$$

4) Calcular  $\sqrt[3]{24}$

24	:2
12	:2
6	:2
3	:3
1	

$$24 = 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3$$

$$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$$

5) Calcular  $\sqrt[3]{135}$

135	:5
27	:3
9	:3
3	:3
1	

$$135 = 3^3 \cdot 5 = 27 \cdot 5$$

$$\sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{27 \cdot 5} = 3\sqrt[3]{5}$$

6) Calcular  $\sqrt[3]{48}$

48	:2
24	:2
12	:2
6	:2
3	:3
1	

$$48 = 2^4 \cdot 3 = 2^3 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 6$$

$$\sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{8 \cdot 6} = 2\sqrt[3]{6}$$

## 1.6) Raíz n-ésima:

**Definición:**

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

✚ Si  $a > 0$  y  $n$  es par, entonces  $\sqrt[n]{a}$  representa un número real, es decir,  $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$

✚ Si  $a < 0$  y  $n$  es par, entonces  $\sqrt[n]{a}$  representa un número complejo, conjunto que estudiaremos más adelante.

Es decir, si  $a < 0$  y  $n$  par, entonces  $\sqrt[n]{a} \notin \mathbb{R}$

✚ Las operaciones definidas para las raíces verifican las propiedades que se cumplen en los números reales ( $\mathbb{R}$ )

## 1.7) Potencias de exponente fraccionario.

Toda potencia de exponente fraccionario se puede expresar como raíz cuyo índice es el denominador del exponente.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

*Ejemplos:*

1) *Expresa las siguientes potencias en forma de raíz.*

$$1.1) 2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3}$$

$$1.2) \left((25)^4\right)^{\frac{1}{7}} = (25)^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{25^4}$$

$$1.3) (ab^2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(ab^2)^3}$$

2) *Escribe las siguientes raíces en forma de potencias.*

$$2.1) \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$2.2) \sqrt[5]{a^2b} = (a^2b)^{\frac{1}{5}}$$

$$2.3) \sqrt[7]{(xy^3z^2)^2} = (xy^3z^2)^{\frac{2}{7}}$$

### Ejercicios:

Debe desarrollar en el cuaderno de ejercicios, **sin usar calculadora**

I. Expresa las siguientes potencias en forma de raíz.

1)  $121^{\frac{1}{2}}$    2)  $(-27)^{\frac{1}{3}}$    3)  $(0,125)^{-\frac{1}{3}}$    4)  $\left(\frac{144}{169}\right)^{\frac{1}{2}}$    5)  $81^{\frac{3}{4}}$

6)  $32^{0,4}$    7)  $0,25^{0,5}$    8)  $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$    9)  $a^{\frac{2}{5}}$    10)  $(x+3)^{\frac{3}{4}}$

II. Escribe las raíces en forma de potencias:

1)  $\sqrt{169}$    2)  $\sqrt[3]{8}$    3)  $\sqrt[3]{0,064}$    4)  $\sqrt[5]{32^3}$    5)  $\sqrt[4]{4}$

6)  $\sqrt[6]{(3x+4)^5}$    7)  $\sqrt[7]{2x^4}$    8)  $\sqrt[n]{b^{x-1}}$    9)  $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$    10)  $\sqrt[m]{a^{x+2}}$

III. Utilizando las propiedades:

<https://www.youtube.com/watch?v=Cfl8HcObbGA>

a)  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

b)  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

c)  $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$

Estima las raíces dadas; sabiendo que:

$\sqrt{2} \approx 1,41$ ;  $\sqrt{3} \approx 1,73$ ;  $\sqrt{5} \approx 2,24$  y  $\sqrt{7} \approx 2,65$

1)  $\sqrt{9}$    2)  $\sqrt{12}$    3)  $\sqrt{16}$    4)  $\sqrt{20}$    5)  $\sqrt{27}$    6)  $\sqrt{28}$   
7)  $\sqrt{36}$    8)  $\sqrt{45}$    9)  $\sqrt{48}$    10)  $\sqrt{49}$    11)  $\sqrt{50}$    12)  $\sqrt{6}$   
13)  $\sqrt{15}$    14)  $\sqrt{14}$    15)  $\sqrt{42}$    16)  $\sqrt{120}$    17)  $\sqrt{0,5}$    18)  $\sqrt{0,25}$   
19)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$    20)  $\sqrt{0,125}$    21)  $\sqrt{0,2}$    22)  $\sqrt{0,8}$    23)  $\sqrt{\frac{5}{16}}$    24)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$   
25)  $\sqrt{1,5}$

IV. Calcula las siguientes raíces de números positivos y negativos.

1)  $\sqrt{196}$    2)  $\sqrt[3]{216}$    3)  $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$    4)  $\sqrt[3]{\frac{729}{1000}}$    5)  $\sqrt[7]{\frac{1}{128}}$   
6)  $\sqrt[3]{\frac{512}{8}}$    7)  $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}$    8)  $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$    9)  $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$    10)  $\sqrt[3]{-27}$

$$c) \sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

Estima las raíces dadas; sabiendo que:

$$\sqrt{2} \approx 1,41; \sqrt{3} \approx 1,73; \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ y } \sqrt{7} \approx 2,65$$

- 1)  $\sqrt{9}$     2)  $\sqrt{12}$     3)  $\sqrt{16}$     4)  $\sqrt{20}$     5)  $\sqrt{27}$     6)  $\sqrt{28}$   
 7)  $\sqrt{36}$     8)  $\sqrt{45}$     9)  $\sqrt{48}$     10)  $\sqrt{49}$     11)  $\sqrt{50}$     12)  $\sqrt{6}$   
 13)  $\sqrt{15}$     14)  $\sqrt{14}$     15)  $\sqrt{42}$     16)  $\sqrt{120}$     17)  $\sqrt{0,5}$     18)  $\sqrt{0,25}$   
 19)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$     20)  $\sqrt{0,125}$     21)  $\sqrt{0,2}$     22)  $\sqrt{0,8}$     23)  $\sqrt{\frac{5}{16}}$     24)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$   
 25)  $\sqrt{1,5}$

IV. Calcula las siguientes raíces de números positivos y negativos.

- 1)  $\sqrt{196}$     2)  $\sqrt[3]{216}$     3)  $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$     4)  $\sqrt[3]{\frac{729}{1000}}$     5)  $\sqrt[7]{\frac{1}{128}}$   
 6)  $\sqrt[3]{\frac{512}{8}}$     7)  $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}$     8)  $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$     9)  $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$     10)  $\sqrt[3]{-27}$   
 11)  $\sqrt[5]{-32}$     12)  $\sqrt[5]{-0,00032}$     13)  $\sqrt[3]{-\frac{125}{216}}$     14)  $\sqrt[3]{-0,064}$     15)  $\sqrt[5]{-\frac{1}{3125}}$

V. Expresa las siguientes potencias en forma de raíz y calcula la raíz, cuando corresponda.

- 1)  $121^{\frac{1}{2}}$     2)  $(-27)^{\frac{1}{3}}$     3)  $(0,125)^{-\frac{1}{3}}$     4)  $\left(\frac{144}{169}\right)^{\frac{1}{2}}$     5)  $81^{\frac{3}{4}}$   
 6)  $32^{0,4}$     7)  $0,25^{0,5}$     8)  $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$     9)  $a^{\frac{2}{5}}$     10)  $(x+3)^{\frac{3}{4}}$