	<b>GUÍA N° 2 ELECTIVO</b> <b>LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES</b> <b>“FUNCIONES”</b> <b>III Medios</b>	<i>P</i>	7. 5. 1.
	Instituto San Lorenzo – Departamento de Matemáticas		Rev. 01

## ❖ DEFINICIONES

Sean A y B conjuntos no vacíos. Una función de A en B, es decir,  $f: A \rightarrow B$ ; es una relación que asigna a cada elemento  $x$  (pre-imagen) del conjunto A un elemento  $y = f(x)$  (imagen) del conjunto B.

- **DOMINIO (Dom f):** Conjunto de todos los valores para los cuales está definida la función.
- **RECORRIDO (Rec f):** Conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente  $y = f(x)$ .
- **CODOMINIO (Cod f):** Conjunto al cual pertenecen los valores posibles de  $y = f(x)$ .
- **INYECTIVIDAD:** “Si  $a \neq b$  entonces  $f(a) \neq f(b)$ ” ó “ $f(a) = f(b)$  entonces  $a = b$ ”, es decir,  $f$  es una función inyectiva si para dos elementos  $a$  y  $b$  del dominio que son distintos, entonces  $f(a) \neq f(b)$ .
- **SOBREYECTIVIDAD O EPIYECTIVIDAD:**  $f$  es una función sobreyectiva o epiyectiva si, el codominio es igual al recorrido.
- **BIYECTIVIDAD:**  $f$  es biyectiva si la función  $f$  es inyectiva y epiyectiva a la vez.
- **FUNCION INVERSA:** Si  $f(x)$  es biyectiva, entonces existe una función  $f^{-1}(x)$  denominada función inversa tal que si  $f(a)=b$ , entonces  $f^{-1}(b)=a$ .


## ❖ CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

### CONTINUIDAD

- **FUNCIÓN CONTINUA:** Geométricamente es aquella que no presenta cortes en su gráfica. Es aquella en la que su gráfica se puede recorrer en forma ininterrumpida en toda su extensión.
- **FUNCIÓN DISCONTINUA:** Es aquella que no es continua, es decir, presenta separaciones y/o saltos en su gráfica.

### CRECIMIENTO

- **FUNCIÓN CRECIENTE:** Es aquella que al aumentar la variable independiente, también aumenta la variable dependiente.
- **FUNCIÓN DECRECIENTE:** Es aquella que al aumentar la variable independiente, la variable dependiente disminuye.
- **FUNCIÓN CONSTANTE:** Es aquella que para todos los valores de la variable independiente, la variable dependiente toma un único valor.

	<b>GUÍA N° 2 ELECTIVO</b> <b>LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES</b> <b>“FUNCIONES”</b> <b>III Medios</b>	<i>P</i>	7. 5. 1.
	Instituto San Lorenzo – Departamento de Matemáticas	Rev. 01	

### PARIDAD

- **FUNCION PAR:** Es aquella que al sustituir la variable  $x$  por dos números opuestos, resultan valores iguales, es decir,  $f(x) = f(-x)$ . Gráficamente esta función cumple con una simetría axial con respecto al eje  $y$ .
- **FUNCION IMPAR:** Es aquella que al sustituir la variable  $y$  por dos números opuestos, resultan también valores opuestos, es decir,  $f(x) = -f(-x)$ . Gráficamente esta función cumple con una simetría central con respecto al origen.

### LINEALIDAD

- **FUNCION AFIN:** Es la función definida por  $f(x) = mx + n$ , con  $m$  y  $n$  reales distintos de cero.
- **FUNCION LINEAL:** Es la función definida por  $f(x) = mx$ , con  $m$  real distinto de cero.
- **FUNCION CONSTANTE:** Es la función de la forma  $f(x) = a$ , con  $a$  un real fijo.

### ❖ EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN

Para encontrar los valores pertenecientes al Recorrido de una función, se reemplaza la variable  $x$  por un número  $y$  y se desarrollan las operaciones que correspondan.

### ❖ TRASLACIÓN DE FUNCIONES

Sea  $y = f(x)$  una función.

“ $f(x) + k$ ” representa a la función original  $f(x)$  desplazada  $k$  unidades en el eje  $y$ . Si  $k > 0$  el desplazamiento es verticalmente **hacia arriba** y si  $k < 0$  el desplazamiento es verticalmente **hacia abajo**.

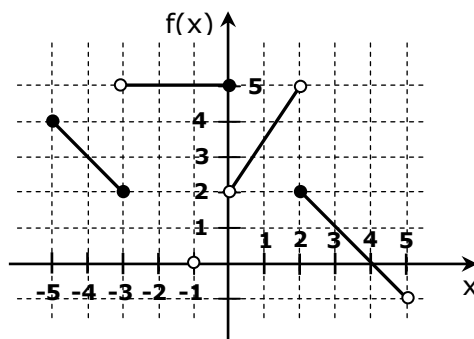
“ $f(x - h)$ ” representa a la función original  $f(x)$  trasladada  $h$  unidades en el eje  $x$ . Si  $h > 0$  el desplazamiento es horizontalmente **a la derecha** y si  $h < 0$  el desplazamiento es horizontalmente **a la izquierda**.



## EJERCICIOS DE DESARROLLO

---

1. Sea  $f(x)$  la función representada en el gráfico adjunto. Calcule  $f(3) + f(2)$ .




2. Sea  $f$  una función real tal que  $f(x) = ax + 1$ , ¿cuál es el valor de  $a$ , si  $f(-3) = 7$ ?

3. Sea  $f(x - 2) = (x + 2)^2$ . Entonces, ¿cuál es el valor de  $f(2)$ ?

4. Sea la función  $h$ , tal que  $\frac{h(x) + h(x + 1)}{2} = 3h(x + 2)$ . Si  $h(5) = 8$  y  $h(7) = 12$ , calcule  $h(6)$ .

5. Sea  $g$  una función lineal tal que  $g(3) = -6$ . ¿Cuál es entonces la función  $g(x)$ ?

	<b>GUÍA N° 2 ELECTIVO</b> <b>LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES</b> <b>“FUNCIONES”</b> <b>III Medios</b>	<b><i>P</i></b>	<b>7.</b> <b>5.</b> <b>1.</b>
	Instituto San Lorenzo – Departamento de Matemáticas	Rev. 01	

6. Sea la función por partes

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x < -4 \\ x^2 - 1, & -4 \leq x < 5 \\ x + 4, & 5 \leq x \end{cases}$$

Entonces,  $f(f(-4)) =$

7. Un servicio de taxis, solo por abordarlo hace un cobro de \$ 300. Si por cada 100 m recorridos hará un cobro adicional de \$ 200, grafique la función  $f(x)$  que determina el precio a pagar para  $x$  metros recorridos. Use  $x \leq 400$  m.

8. Sea  $f$  una función afín tal que  $f(0) = 3$  y  $f(4) = 11$ . Hallar la función  $f(x)$ .

9. Si la distancia  $d$  en metros que hay entre un barco y una boya, en función del tiempo  $t$ , en segundos, está dada por la función  $d(t) = 5 + 3t + 4t^2$ , es correcto que


- (a) la distancia inicial entre el barco y la boya es 5 metros.
- (b) a los 2 segundos recorrió el cuádruplo de distancia que solo en el primer segundo.
- (c) ha recorrido 50 metros a los 3 segundos.

10. Determine el dominio y el recorrido de las siguientes funciones

(a)  $f(x) = \sqrt{x + 3}$

(b)  $g(x) = x^2 + 1$

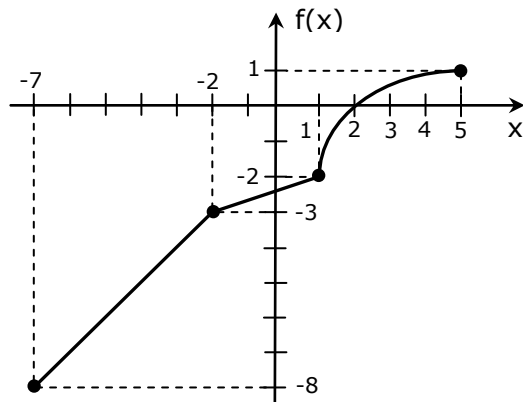
(c)  $h(x) = \frac{2}{x + 4}$

	<b>GUÍA N° 2 ELECTIVO</b> <b>LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES</b> <b>"FUNCIONES"</b> <b>III Medios</b>	<i>P</i>	<b>7.</b> <b>5.</b> <b>1.</b>
	Instituto San Lorenzo – Departamento de Matemáticas	Rev. 01	

11. ¿Cuál(es) de las siguientes funciones es (son) biyectivas?

- (a)  $f: \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  con  $f(x) = \sqrt{-x}$
- (b)  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $g(x) = 3$
- (c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con  $h(x) = [x] - 5$

12. Dada la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , graficada en la siguiente figura:



- Determine:
- (a)  $f(5) =$
  - (b)  $f^{-1}(-2) =$
  - (c)  $f(-7) =$
  - (d)  $f^{-1}(-3) =$

13. Dada la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x + 3}{-1}$ . Hallar la función inversa de  $f$ .

14. Dada la función real  $f(x) = x^3 + 1$ . Determine:

- (a)  $f(-x)$
- (b)  $-f(x)$
- (c)  $f(x - 1)$

15. Sea la función  $f$ , definida en los reales, tal que  $f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$ . Si  $g(x)$  corresponde a  $f$  trasladada cuatro unidades a la derecha y tres unidades hacia arriba, hallar  $g(x)$ .