



GUÍA DE NÚMEROS ENTEROS

Nombre y Apellidos: _____ Curso: 1° Medio ___ Fecha: /03/2020

Contenidos:

- Operatoria den los números enteros.
- Operaciones combinada.
- Resolución de problemas.

Aprendizajes esperados:

- Resuelven ejercicios de operatoria con números enteros.
- Resuelven ejercicios de operatoria combinada con números enteros.
- Resuelven problemas que involucren números enteros.

INSTRUCCIONES

Debes escribir en tu cuaderno las propiedades que no tengas en tus apuntes.
 Luego desarrolla los ejercicios que corresponden en la guía y los últimos dos ítem el 7 y 8 deben ser desarrollados en tu cuaderno. (se revisará cuando volvamos)

NÚMEROS ENTEROS.

Los números enteros son los elementos que pertenecen al conjunto \mathbb{Z} formado por los números naturales, sus opuestos y el cero.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots \}$$

$\mathbb{Z}^+ = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \dots \}$ enteros positivos.

$\mathbb{Z}^- = \{ -1, -2, -3, -4, \dots \}$ enteros negativos.

Luego: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$

Modulo o valor absoluto en \mathbb{Z} : todo $a \in \mathbb{Z}$ se le asocia un entero no negativo llamado modulo o valor absoluto, el que se denota por $|a|$, que se define como la distancia de a al cero.

Ejemplos:

a) $|6| = 6$

b) $|-6| = 6$

c) $|12| = 12$

d) $|-12| = 12$

OPERACIONES EN \mathbb{Z}

1.- Adición en \mathbb{Z} : se distinguen dos casos:

a) Adición de enteros de igual signo: se suman sus valores absolutos y se conserva el signo.

Ejemplos: $^{-}6 + ^{-}4 = ^{-}10$ $^{+}7 + ^{+}8 = ^{+}15$ $^{-}2 + ^{-}12 = ^{-}14$ $^{+}12 + ^{+}3 = ^{+}15$

b) Adición de enteros de distinto signo: se restan valores absolutos y se conserva el signo del número con mayor valor absoluto.

Ejemplo: $^{+}10 + ^{-}40 = ^{-}30$ $^{+}12 + ^{-}4 = 8$ $^{-}11 + ^{+}14 = 3$ $^{-}40 + ^{+}6 = ^{-}34$

Propiedades de la adición:

a) Clausura: $si a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$.

b) Conmutatividad: $si a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b = b + a$.

c) Asociatividad: $si a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$.

d) Elemento neutro: $si a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists! 0 \in \mathbb{Z} talque a + 0 = 0 + a = a$.

e) Opuesto aditivo o inverso aditivo: $si a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists -a \in \mathbb{Z} talque a + -a = -a + a = 0$.

Debido al cumplimiento de estas 5 propiedades, se dice que el conjunto de los números enteros con respecto a la adición tiene estructura algebraica de **grupo abeliano o grupo conmutativo** cuya notación es $(\mathbb{Z}, +)$ es grupo abeliano.

2.- Sustracción en \mathbb{Z} : Para restar dos números enteros se debe sumar al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

Ejemplos:

$$\begin{array}{cccc} ^{-}3 - ^{-}4 = ^{-}3 + ^{+}4 = ^{+}1 & 5 - ^{-}2 = 5 + ^{+}2 = ^{+}7 & ^{-}9 - 4 = ^{-}9 + ^{-}4 = ^{-}13 & 6 - 7 = 6 + ^{-}7 = ^{-}1 \end{array}$$

3.- Multiplicación en \mathbb{Z} : se distinguen dos casos:

a) Multiplicación de números enteros de igual signo: el producto de dos números enteros de igual signo es un entero positivo, cuyo valor absoluto es igual al producto de los valores absolutos de los factores.

Ejemplo: $^{+}6 \cdot ^{+}4 = ^{+}24$ $^{-}9 \cdot ^{-}4 = ^{+}36$

b) Multiplicación de números enteros de distinto signo: el producto de dos números enteros de distinto signo es un entero negativo, cuyo valor absoluto es igual al producto de los valores absolutos de los factores.

Ejemplo: $^{-}12 \cdot ^{+}3 = ^{-}36$ $^{+}11 \cdot ^{-}4 = ^{-}44$

Propiedades de la adición:

a) Clausura: $si\ a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$.

b) Conmutatividad: $si\ a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b = b + a$.

c) Asociatividad: $si\ a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$.

d) Elemento neutro: $si\ a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \exists! 0 \in \mathbb{Z}\ talque\ a + 0 = 0 + a = a$.

e) Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición:

$$si\ a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

El conjunto de los números enteros, con las operaciones de la multiplicación y adición, tiene estructura algebraica de anillo conmutativo con unidad, cuya notación es: $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ es **anillo conmutativo con unidad**.

4.- División en \mathbb{Z} : Se distinguen dos casos:

a) División de números enteros de igual signo: el cociente de dos enteros de igual signo es un número positivo.

Ejemplos: $^{+}18 : ^{+}9 = ^{+}2$ $^{-}90 : ^{-}2 = ^{+}45$

b) División de números enteros de distinto signo: el cociente de dos enteros de distinto signo es un número negativo.

Ejemplos: $^{+}12 : ^{-}6 = ^{-}2$ $^{-}40 : ^{+}4 = ^{-}10$

5.- Operaciones combinadas: para resolver un ejercicio en el que aparecen varias operaciones, se debe resolver respetando la prioridad de las operaciones:

1° Paréntesis.

2° Potencias.

3° Multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha)

4° Adiciones y sustracciones (de izquierda a derecha)

EJERCICIOS PROPUESTOS

Instrucciones: Resuelva los ítems desde el I al VI en la guía y los ítems VII y VIII en el cuaderno con desarrollo.

I.- Resolver los siguientes ejercicios de valor absoluto:

- a) $|3| =$
- b) $|0| =$
- c) $|-7| =$
- d) $|34| =$
- e) $|-25| =$
- f) $|56| =$
- g) $|-45| =$
- h) $-|-11| =$

- i) $-|74| =$
- j) $-|-63| =$
- k) $|-|-|-93|| =$
- l) $-|-|-24|| =$
- m) $|-32|-17| =$
- n) $|-25| - |25| =$
- o) $-|-8| - |2| =$

II.- Resolver las siguientes adiciones en \mathbb{Z} :

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|-----------------|
| a) $6 + 3 =$ | f) $-1 + -12 =$ | k) $-73 + -36 =$ | p) $17 + -49 =$ |
| b) $-4 + -6 =$ | g) $-21 + 15 =$ | l) $-29 + 12 =$ | q) $-13 + -4 =$ |
| c) $9 + -3 =$ | h) $-7 + 12 =$ | m) $-13 + -15 =$ | r) $-5 + -21 =$ |
| d) $25 + -15 =$ | i) $-17 + -14 =$ | n) $8 + -8 =$ | |
| e) $17 + -28 =$ | j) $-10 + 8 =$ | o) $56 + -12 =$ | |

III.- Resolver las siguientes sustracciones en \mathbb{Z} :

- | | | | |
|----------------|-----------------|------------------|------------------|
| a) $10 - 6 =$ | e) $-5 - 4 =$ | i) $9 - -9 =$ | m) $21 - 15 =$ |
| b) $5 - 9 =$ | f) $5 - 8 =$ | j) $-8 - -3 =$ | n) $-18 - 12 =$ |
| c) $6 - -3 =$ | g) $2 - -9 =$ | k) $-10 - -18 =$ | o) $-15 - -25 =$ |
| d) $-4 - -7 =$ | h) $-6 - -12 =$ | l) $-17 - 22 =$ | |

IV.- Reducir las siguientes expresiones:

- | | |
|--|------------------------------------|
| a) $-3 + -2 - -5 - 3 - 10 =$ | e) $-9 + -8 + 15 - 17 - -32 + 0 =$ |
| b) $10 - -12 + -3 - -10 + 20 =$ | f) $1 + 16 - -13 + -50 - 38 =$ |
| c) $-12 + -15 - 23 + 18 - -9 + -15 =$ | g) $35 - 42 + -12 + 24 - -7 - 2 =$ |
| d) $7 - 16 + -5 - -12 + -8 - 15 - 3 =$ | h) $0 - 9 + -16 + 25 - -4 =$ |

V.- Resolver las siguientes multiplicaciones en \mathbb{Z} :

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $(-8) \cdot (-3) =$ | d) $(+13) \cdot (-3) =$ |
| b) $(+12) \cdot (+2) =$ | e) $(-25) \cdot (-5) =$ |
| c) $(-7) \cdot (+4) =$ | |

VI.- Resolver las siguientes divisiones en \mathbb{Z} :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $(-21) : (-7) =$ | d) $(+63) : (-9) =$ |
| b) $(+15) : (+3) =$ | e) $(-12) : (-6) =$ |
| c) $(-18) : (+3) =$ | |

VII.- Resolver los siguientes ejercicios de operatoria combinada:

- a) $(-12 + 24 - 18) : (-6) =$
- b) $(-3) \cdot (6 - 8 + 4 - 3) =$
- c) $(45 - 18 + 81) : (-9) =$
- d) $(12 - 7 - 8 + 1) \cdot (-2) =$
- e) $(-35 - 42 - 63) : (+7) =$
- f) $(+4) \cdot (-8 + 5 - 6 + 2) =$
- g) $(-72 + 24 - 48 - 12) : (+12) =$
- h) $(-6 + 4 - 3 - 5) \cdot (-10) =$
- i) $(-2 - 3 + 4) \cdot 5 - 9 \cdot (-2 - 6) =$
- j) $(-5 - 10 - 32) \cdot (4 - 8 - 16) =$

- k) $-2 + 3 \cdot 5 - 7 \cdot (-3 + 2 - 8) - 4 =$
 l) $(2 - 10) \cdot (6 - 3) - (-8 - 2) \cdot (-9 - 7) =$
 m) $15 + 16 \cdot 2 - 3 \cdot (5 \cdot 2 + 4 - 3 \cdot 2) - [2 + 2 \cdot (-2) - 9] \cdot (-5) =$
 n) $10 - (-2 - 1 + 5 \cdot 3) \cdot [-4 + 1 \cdot (-1)] + 8 + 4 \cdot (-2) =$
 o) $-10 - 4 \cdot (-3) + 15 : (-3) + (-8) =$
 p) $(4 - 8) : (-2) - (-27) + (-15) \cdot 3 =$
 q) $3 \cdot (-5) + 8 : 2 - 9 : 3 + 4 =$
 r) $3 \cdot [(-25) : 5 + (8 - 4 : 2)] - 11 =$
 s) $-[45 : (-5) + 3 \cdot (7 - 2)] + 8 =$
 t) $17 - (-4) \cdot 5 + 18 : (-9) - 18 =$
 u) $[15 - (-3) \cdot 4] \cdot (-2) - 8 \cdot (-4) + 1 =$
 v) $-[4 - (-2) \cdot 5] + 1 \cdot (-1) - 18 =$
 w) $7 + 8 : (-4) - [4 + (-12) : 4] =$
 x) $(-4 + 5) : (-1) + 3 - 21 : (-7) : 3 [-11 \cdot (-2) - 19] =$
 y) $(-24) : (-6) - \{8 : (-4) - (-2 - 3)\} \cdot 2 + 1 =$
 z) $(-3) + 3 \cdot (-4 + 5) - 5 \cdot [-2 + 7 \cdot (-1) + 9] =$

Respuestas:

- | | | | | | | |
|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|
| a) 1 | e) -20 | i) 67 | m) -32 | q) -10 | u) -21 | y) -1 |
| b) 3 | f) -28 | j) 940 | n) 70 | r) -3 | v) -33 | z) 0 |
| c) -12 | g) -9 | k) 72 | o) -11 | s) 2 | w) 4 | |
| d) -14 | h) 720 | l) -184 | p) -16 | t) 17 | x) 0 | |

VIII.- Resolver los siguientes problemas de números enteros:

- a) En invierno en cierto lugar del sur de Chile la temperatura a las 16 horas fue de 12°C . A las 3 de la mañana hubo un descenso de 17°C . ¿Cuál fue la temperatura registrada a esa hora?
- b) Santiago tuvo ayer una temperatura de 7°C bajo 0 en la mañana y en la tarde subió 18°C . ¿Cuál fue la temperatura alcanzada.
- c) Una sustancia química que está a 5°C bajo cero se calienta en un mechero hasta que alcanza una temperatura de 12°C sobre cero. ¿Cuántos grados subió?
- d) María deposita el día lunes, en su libreta de ahorros, cuyo capital ascendía a \$56.000, la cantidad de \$12.670. El día miércoles por una urgencia, realiza un giro de \$123.000. ¿Cuál es el nuevo capital que posee?. Escribe la operación utilizando números enteros.
- e) ¿Cuántos años transcurrieron desde la muerte de Julio César (año 44 A.de C.) hasta la caída del Imperio Romano de Occidente (año 395 D. de C.)
- f) Euclídes, geómetra griego, nació en el año 306 A de C y murió en el año 283 A. de C.
¿Qué edad tenía cuando murió?
- g) En Calama la temperatura de hoy fue de 8° sobre 0 en la tarde y 5° bajo 0 en la noche.
¿En cuántos grados varió la temperatura?
- h) Un auto está ubicado a 7 m. a la derecha de un punto A, luego avanza 23 m., retrocede 36m.vuelve avanzar 19 m. y retrocede 36 m. ¿A qué distancia del punto A se encuentra?
- i) ¿Cuál es la diferencia de nivel entre un punto que está a 1.500 metros sobre el nivel del mar y otro que está a 300 metros bajo el nivel del mar?
- j) Dada la siguiente serie numérica:
... -7, -4, -1, 2, 5, ... ¿Cuál es la suma del número entero anterior a -7 con 5 ?
- k) En la primera parada de un bus suben 7 personas, en la segunda suben 5 y bajan 2, en la tercera suben 9 y baja 1, en la cuarta parada baja la mitad de los pasajeros. ¿Cuántos pasajeros quedan en el bus?
- l) Un submarino de la flota naval, desciende a 50 metros bajo el nivel del mar y luego asciende a 20 metros. Entonces queda a una profundidad de:

- m) Una persona ha realizado dos giros, de \$4.000 y \$15.000 en su cuenta bancaria, quedando con un saldo de -\$12.000 en su cuenta. ¿Cuánto dinero tenía antes de realizar los dos giros?
- n) El Aconcagua es el cerro más alto de la cordillera de los Andes con una altura de 6.959 m sobre el nivel del mar. Por otra parte, la fosa de Atacama tiene una profundidad aproximada de 8.000 m. Responde.
- ¿Cuál es la distancia entre la cima del Aconcagua y la profundidad de la fosa de Atacama?
 - Supón que el Aconcagua estuviera apoyando su base sobre la fosa de Atacama. ¿Aparecería la cumbre sobre el nivel del mar? ¿A qué distancia del nivel del mar quedaría la cumbre?
- o) El recorrido de un caracol al subir una muralla es el siguiente: sube 3 metros y baja 2 metros. Si la muralla tiene 10 metros de altura ¿cuánto recorre el caracol para llegar a la cima de la muralla?
- Expresa la suma de las distancias recorridas con números enteros.
 - Expresa la suma de las distancias con valores absolutos y calcula el recorrido total del caracol.
- p) Un buzo bajó 24 metros en 4 horas a una velocidad constante. ¿Cuántos metros bajó en cada hora? Al transcurrir 3 horas, ¿a cuántos metros del nivel del mar estaba el buzo?
- q) Felipe, pide su estado de cuenta en un cajero automático, en él se indica que debe \$ 96.000 de su línea de crédito. Se sabe que en los últimos 4 días retiró la misma cantidad de dinero y no se realizaron otros movimientos en su cuenta.
- ¿Cuánto dinero retiró cada día?
 - Al tercer día, ¿cuánto dinero había ocupado de su línea de crédito?
- r) Pedro, al ir del colegio a su casa, decidió jugar, que por cada 6 pasos que caminara, iba a retroceder 2, a lo cual llamó “una jugada”. Suponiendo que cada paso mide lo mismo, 130 cm,
- ¿Cuánto avanza si lleva 5 jugadas?
 - ¿Cuál es la distancia entre el colegio y su casa, si para llegar de una a otra debe realizar 120 jugadas?
- s) Sócrates, filósofo griego, nació en el año 470 a.c. y murió envenenado en el año 399 a.c. Tiberio, emperador romano, que estaba en el poder al nacimiento de Cristo nació en el año 42 a.c. y murió en el año 37 d.c.
- ¿A qué edad murió Sócrates?
 - ¿Cuántos años vivió el emperador Tiberio?
 - ¿Qué edad tenía Tiberio en el año que nació Cristo?
 - ¿Cuántos años hay entre los nacimientos de Sócrates y Tiberio?
- t) En el planeta Marte, en las regiones más cálidas, a mediodía hay una temperatura ambiente de 25°C aproximadamente, pero en la noche la temperatura puede descender a -66°C. ¿Cuál es la oscilación térmica entre el día y la noche en Marte?
- u) La temperatura de la superficie de una nave espacial al entrar en la atmósfera varía de -200°C a 2.300°C en diez minutos.
- ¿Cuántos grados aumenta, en promedio, por minuto?
 - ¿Qué temperatura tiene la nave a cabo de 3 minutos?
- v) Al comenzar la semana, la señora María, dueña de una panadería, fue a comprar los insumos para hacer queques, llevando todo el dinero que tenía. Compró harina, y le quedó debiendo al proveedor \$27.091. Luego, fue a cobrar un dinero que le debían por unas trotas. Eran \$41.900. Pagó la deuda con el proveedor de harina y luego compró margarina y leche por un total de \$ 65.078 y polvos de hornear a \$3.846, quedando debiendo ambas cantidades. Al final de la semana, recolectó \$93.875. Pagó su deuda y quedó con \$52.814. ¿Cuánto dinero tenía al iniciar la semana?