

$$5 - 3 = 2$$



$$3 - 4 = -1$$

# Conjunto $\mathbb{Z}$

Los números enteros

## *Conjunto $\mathbb{Z}$ , los números enteros.*

- ▶ Un **número entero** es un elemento del conjunto numérico que contiene los números naturales, sus inversos aditivos y el cero. Los enteros negativos, como  $-1$  o  $-3$  (se leen «menos uno», «menos tres», etc.), son menores que todos los enteros positivos ( $1, 2, \dots$ ) y que el cero. Para resaltar la diferencia entre positivos y negativos, a veces también se escribe un signo «más» delante de los positivos:  $+1, +5$ , etc. Cuando no se le escribe signo al número se asume que es positivo.

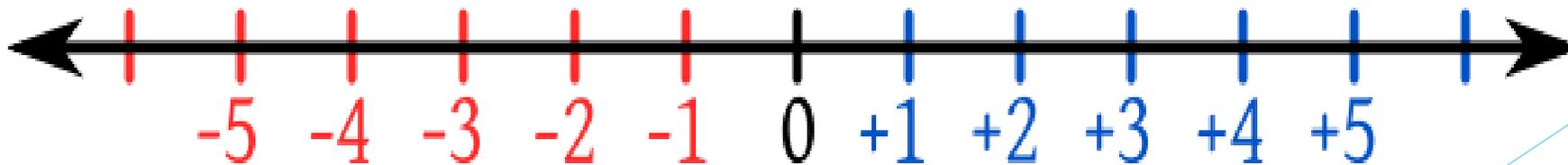
- ▶ Vamos a tener entonces:
- ▶ Números naturales  $\mathbb{N}$ : 1, 2, 3...
- ▶ Inversos aditivos de los números naturales: -1, -2, -3...
- ▶ El cero: 0
- ▶ El conjunto de todos los números enteros se representa por la letra  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3\dots\}$
- ▶ En la recta numérica encontramos los números negativos a la izquierda del cero y a su derecha los positivos.
- ▶ Al igual que los números naturales, los números enteros pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse, de forma similar a los primeros. Sin embargo, en el caso de los enteros es necesario tener en cuenta el signo del resultado.

# Números con signo

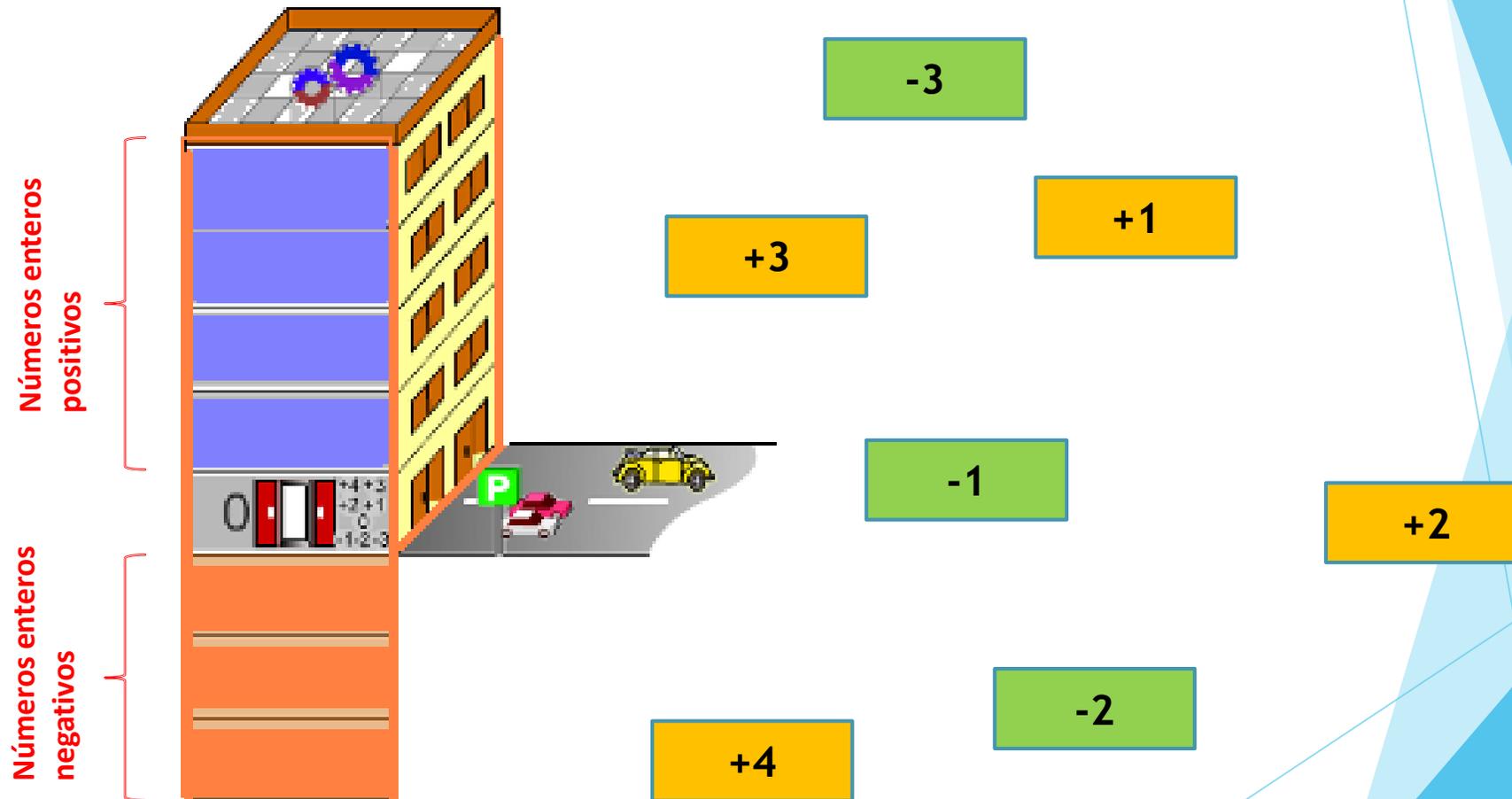
- ▶ Los números naturales 1, 2, 3,... son los números ordinarios que se utilizan para contar. Al añadirles un signo *menos* («-») delante se obtienen los números negativos:
- ▶ Un **número entero negativo** es un número natural como 1, 2, 3, etc. precedido de un signo *menos*, «-». Por ejemplo -1, -2, -3, etcétera. Se leen «menos 1», «menos 2», «menos 3»,...
- ▶ Además, para distinguirlos mejor, a los números naturales se les añade un signo *más* («+») delante y se les llama números positivos.
- ▶ Un **número entero positivo** es un número natural como 1, 2, 3,... precedido de un signo *más*. «+».
- ▶ El cero no es positivo ni negativo, y puede escribirse con signo *más* o *menos* o sin signo indistintamente, ya que sumar o restar cero es igual a no hacer nada. Toda esta colección de números son los llamados «enteros».

## *La recta numérica*

- ▶ Los números enteros negativos son más pequeños que todos los positivos y que el cero. Es decir, todo número que se encuentra ubicado a la derecha es mayor que el número que se encuentra ubicado a la izquierda. Para entender como están ordenados se utiliza la recta numérica:



¿Cómo podría ubicar estos números en cada piso del edificio?



# Orden y comparación de números enteros.

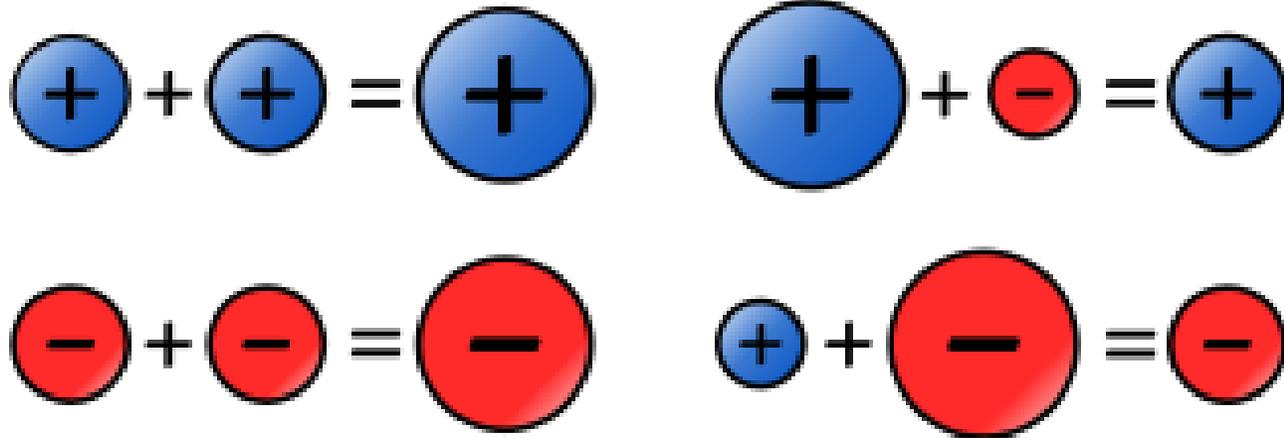
El orden de los números enteros se define como:

- ▶ Dados dos números enteros de signos distintos,  $+a$  y  $-b$ , el negativo es menor que el positivo:  $-b < +a$ .
- ▶ Dados dos números enteros con el mismo signo, el *menor* de los dos números es:
  - ▶ El de menor valor absoluto, si el signo común es «+».
  - ▶ El de mayor valor absoluto, si el signo común es «-».
- ▶ El cero, 0, es menor que todos los positivos y mayor que todos los negativos.
- ▶ **Ejemplos.**  $+23 > -56$  ,  $+31 < +47$  ,  $-15 < -9$  ,  $0 > -36$

## *Valor absoluto.*

- ▶ El **valor absoluto** de un número entero es la distancia que hay del origen (cero) hasta un punto dado. El valor absoluto de 0 es simplemente 0. Se representa por dos barras verticales « | | ».
- ▶ **Ejemplos.**  $|+5| = 5$   
 $|-2| = 2$   
 $|0| = 0$

## *Suma de números enteros*



- ▶ Para **sumar** dos números enteros, se determina el signo y el valor absoluto del resultado del siguiente modo:
- ▶ Si ambos sumandos tienen el mismo signo: ese es también el signo del resultado, y su valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos.
- ▶ Si ambos sumandos tienen distinto signo:
  - ▶ El signo del resultado es el signo del sumando con mayor valor absoluto.
  - ▶ El valor absoluto del resultado es la diferencia entre el mayor valor absoluto y el menor valor absoluto, de entre los dos sumandos.
- ▶ **Ejemplos.**  $(+21) + (-13) = +8$  ,  $(+17) + (+26) = +43$  ,  $(-41) + (+19) = -22$  ,  $(-33) + (-28) = -61$

# Propiedades de la suma en $\mathbb{Z}$

- ▶ La suma de números enteros cumple las siguientes propiedades:
- ▶ Propiedad asociativa. Dados tres números enteros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , las sumas  $(a + b) + c = a + (b + c)$
- ▶ Propiedad conmutativa. Dados dos números enteros  $a$  y  $b$ , las sumas  $a + b = b + a$
- ▶ Elemento neutro. Todos los números enteros  $a$  quedan inalterados al sumarles 0:  $a + 0 = a$ .

Ejemplo.

**1. Propiedad asociativa:**

$$[ (-13) + (+25) ] + (+32) = (+12) + (+32) = (+44)$$

$$(-13) + [ (+25) + (+32) ] = (-13) + (+57) = (+44)$$

**2. Propiedad conmutativa:**

$$(+9) + (-17) = -8$$

$$(-17) + (+9) = -8$$

Además, la suma de números enteros posee una propiedad adicional que no tienen los números naturales:

**Elemento opuesto o simétrico.** Para cada número entero  $a$ , existe otro entero  $-a$ , que sumado al primero resulta en cero:

$$a + (-a) = 0$$

# Resta de números enteros

- ▶ La resta de números enteros es muy sencilla, ya que ahora es un caso particular de la suma.
- ▶ La **resta** de dos números enteros (*minuendo* menos *sustraendo*) se realiza sumando el minuendo más el sustraendo cambiado de signo.
- ▶ **Ejemplos**

$$(+10) - (-5) = (+10) + (+5) = +15$$

$$(-7) - (+6) = (-7) + (-6) = -13$$

$$(-4) - (-8) = (-4) + (+8) = +4$$

$$(+2) - (+9) = (+2) + (-9) = -7$$



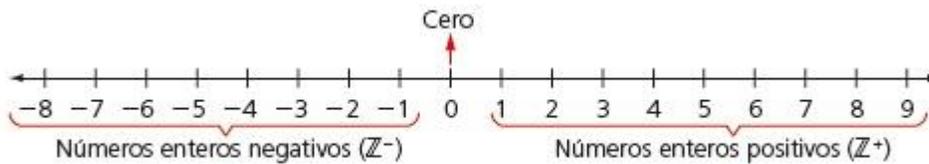
**Obj: comprender y dar significado a los números enteros**

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Curso:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Recuerda que:**

- ✓ El conjunto Z de los números enteros está formado por los números positivos, los números negativos y el cero.
- ✓ En la recta numérica un número va a ser mayor mientras más a la derecha de la recta se encuentre.



- ✓ El valor absoluto de un número es la distancia (cantidad de unidades) que hay entre éste y el cero. Se denota entre dos barras paralelas.  
Ej:  $|-9| = 9$                        $|15| = 15$
- ✓ El inverso aditivo de un número entero es aquel que tiene el mismo valor absoluto, pero con el signo contrario, la suma de estos 2 números es 0  
Ej:  $-4 + 4 = 0$

1) Ordena los siguientes conjuntos numéricos en una recta, recuerda que las rectas numéricas siempre están ordenadas de menor a mayor.

a) 5; -7; -3; 8; 2; -1; 3



b) -4; -12; 8; 16; -16; -20



c) 300; -100; -200; 500; 600; -700; 200



2) Ordena de MAYOR a MENOR los siguientes conjuntos numéricos:

a) 24; 67; -63; .9; -16; 12

b) -90; -89; 90; 0; 4; -7; -22

c) 74; -55; 65; -25; 77; -27

d) -1865; 563; -2981; -990; 6379; -346

e) 83; -83; 782; -253; 462; 78

f) 9; -17; 6; -3; -4; 1; 0; 35

3) Escribe el signo  $<$ ,  $>$  o  $=$  según corresponda:

4 \_\_\_\_ -4      -18 \_\_\_\_  $|-1|$       6 \_\_\_\_ -7       $|-9|$  \_\_\_\_  $|9|$       65 \_\_\_\_ -67

$|-65|$  \_\_\_\_ 61      -3 \_\_\_\_ -8      7 \_\_\_\_ -11       $|25|$  \_\_\_\_ 25      13 \_\_\_\_ -15

4) Determina el valor absoluto de los siguientes números:

$|7| =$        $|-18| =$        $|0| =$        $|-8| =$        $|10| =$        $|16| =$        $|45| =$

$|-16| =$        $|31| =$        $|-20| =$        $|-38| =$        $|25| =$        $|-99| =$        $|71| =$

5) Encuentra el inverso aditivo en cada caso:

Número	Inverso aditivo
-10	
37	
79	
-5	

Número	Inverso aditivo
-12	
105	
-297	
6	